

# vermessung.biz

Software zur Auswertung  
tachymetrischer Messdaten

---

Ingenieurbüro Cubus

## **Rechtsverweis**

Das Werk aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorigen schriftlichen Zustimmung des Verfassers. Dies gilt insbesondere für Vervielfältigung, Bearbeitung, Übersetzung, Mikroverfilmung und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Sie sind nur berechtigt die Software *vermessung.biz* zu verwenden, wenn Sie den abgedruckten Lizenzbedingungen zustimmen.

vermessung.biz, Version 3.2 (042)

© Steffen Dinger, 1994 – 2010

## **Ingenieurbüro Cubus**

Dipl.- Ing. (FH) Steffen Dinger

Tel. 0345 9780275

Fax 0321 21134075

[www.vermessung.biz](http://www.vermessung.biz)

[mail@vermessung.biz](mailto:mail@vermessung.biz)

# Inhaltsverzeichnis

<b>1.</b>	<b>Formelsammlung Teil 1, einfache Höhen- und Lageberechnung</b> .....	4
1.1.	Messwerte reduzieren .....	5
1.2.	Gaußsche Reduktion .....	5
1.3.	Lageberechnung .....	5
1.4.	Höhenberechnung .....	5
1.5.	Freie Standpunktwahl mittels Helmert Transformation .....	6
1.6.	Orientierungsunbekannte .....	7
1.7.	Höhenstationierung .....	8
1.8.	Kontrolle des Standpunktes, Lage .....	9
1.9.	Kontrolle des Standpunktes, Höhe .....	9
1.10.	Polarpunktberechnung .....	9
1.11.	Berechnung von Vorwärtseinschnitten .....	9
1.12.	Beispiel .....	10
<b>2.</b>	<b>Formelsammlung Teil 2, vermittelnde Ausgleichung</b> .....	11
2.1.	Rechenablauf der vermittelnden Ausgleichung .....	12
2.2.	Genauigkeitsmaße berechnen.....	14
2.3.	Berechnung von Näherungskordinaten .....	17
2.4.	Erstellung der Koeffizientenmatrix A .....	18
2.5.	Erstellung des Absolutgliedvektors L .....	19
2.6.	Berechnung der Gewichte, Varianzkomponentenschätzung .....	20
2.7.	Behebung des Datumsdefektes .....	21
2.8.	Matrizenausgabe .....	23
2.9.	Beispiel .....	25
<b>3.</b>	<b>Anhang</b> .....	26
3.1.	Verzeichnis .....	26
<b>4.</b>	<b>Quellennachweis</b> .....	38

# 1. Formelsammlung Teil 1

## einfache Höhen- und Lageberechnung

### Messwerte

D	Schrägstrecke (Distanz)
H <sub>z</sub>	Horizontalwinkel
V	Zenitwinkel
I <sub>H</sub>	Instrumentenhöhe
R <sub>H</sub>	Reflektorhöhe
t	Richtungswinkel vom Stand- zum Zielpunkt

### Gauß- Krüger- Meridianstreifensystem

K	Kennziffer
$\lambda_0$	Mittelmeridian (in Altgrad)
S	Streifenbreite (in Altgrad)

### Reduktionen

s <sub>Hz</sub>	Horizontalstrecke
s <sub>GK</sub>	Strecke in der Abbildungsebene
y <sub>GK</sub>	Gauß- Krüger- Koordinate (im Meridianstreifensystem)
y <sub>G</sub>	Gaußsche Koordinate
y <sub>1</sub>	Gaußsche Koordinate des Standpunktes
y <sub>2</sub>	Gaußsche Koordinate des Zielpunktes
R <sub>m</sub>	mittlerer Erdradius
H <sub>m</sub>	mittlere Gebietshöhe

### 1.1. Messwerte reduzieren

$$s_{Hz} = D \cdot \sin V$$

siehe 1.12

Richtungs- und Zenitwinkel- Messung

/1/ Seite 2 ff 20 ff

### 1.2. Gaußsche Reduktion

Parameter des Meridianstreifensystems

/2/ Seite 50 ff

$$K = \frac{\lambda_0}{S}$$

$$Y_{GK} = K \cdot 10^{-6} + 500000 + Y_G$$

$$Y_G = Y_{GK} - K \cdot 10^6 - 500000$$

Abbildungskorrektur der Strecke

$$K_A = \frac{Y_1^2 + Y_1 \cdot Y_2 + Y_2^2}{6 \cdot R_m^2}$$

/2/ Seite 31 (18)

Höhenkorrektur der Strecke

$$K_H = \frac{R_m}{R_m + H_m}$$

/3/ Seite 20 (17b)

Gauß- Krüger- Streckenreduktion

$$s_{GK} = s_{Hz} + s_{Hz} \cdot (K_H + K_A)$$

Gauß- Krüger- Winkelreduktion

$$\delta_{1,2} = - \frac{(x_2 - x_1) \cdot (2 \cdot Y_1 + Y_2) \cdot \rho}{6 \cdot R_m^2}$$

/2/ Seite 43 (30)

$$Hz_{GK} = Hz + \delta_{1,2}$$

$$\rho = \frac{200}{\pi}$$

### 1.3. Lageberechnung

$$\Delta y = s_{Hz} \cdot \sin t$$

$$\Delta x = s_{Hz} \cdot \cos t$$

### 1.4. Höhenberechnung

Erdkrümmungskorrektur

$$K_E = \frac{s_{Hz}^2}{2 \cdot R_m}$$

/4/ Seite 4 (6)

Höhenunterschiede bis zu 2 km

$$\Delta z = s_{Hz} \cdot \cot V + \frac{s_{Hz}^2}{R_m} \cdot \cot^2 V + K_E + I_H - R_H$$

/4/ Seite 7 (9a)

## 1.5. Freie Standpunktwahl mittels Helmert- Transformation

Für Berechnungen in Landessystemen wird die Transformation einer freien Stationierung zweifach durchgeführt. Dies ist notwendig, da für die Abbildungsreduktionen eine genäherte Standpunktcoordinate vorliegen muss. Diese wird in der ersten Iteration mit unreduzierten Messwerten berechnet. Mit der genäherten Standpunktcoordinate werden die Reduktionen an die Messwerte angebracht und erneut transformiert.

Bei lokalen Systemen wird der freie Standpunkt immer einmal berechnet, da keine Reduktionen angebracht werden müssen.

Für die Transformation müssen zuerst die (reduzierten) Messwerte nach 1.3 umgerechnet werden. Diese kartesischen Koordinaten sind im System 1 einzutragen. Die Anschlusspunkte sind im System 2.

Zur übersichtlicheren Berechnung nutzt man folgende Tabelle.

Pktnr.	$y_i$ $x_i$	$Y_i$ $X_i$	$y'_i$ = $y_i - y_s$ $x'_i$ = $x_i - x_s$	$Y'_i$ = $Y_i - Y_s$ $X'_i$ = $X_i - X_s$
1. 2. ...	System 1	System 2	Punktweise berechnen	Punktweise berechnen
	$\Sigma$ $\Sigma$	$\Sigma$ $\Sigma$	[1]   [2]	[3]   [4]
Schwerpunkt	$y_s$ $x_s$	$Y_s$ $X_s$		

Tabelle 1-1 Transformation

Berechnung der Transformationsparameter

$$[1] \quad \Sigma (x'_i{}^2 + y'_i{}^2) \quad i = 1 \text{ bis Anzahl Anschlusspunkten}$$

$$[2] \quad \Sigma (X'_i{}^2 + Y'_i{}^2)$$

$$[3] \quad \Sigma (x'_i * X'_i + y'_i * Y'_i)$$

$$[4] \quad \Sigma (x'_i * Y'_i - y'_i * X'_i)$$

$$a = [3] : [1]$$

$$o = [4] : [1]$$

Die Standpunktcoordinate wird immer im Netzmaßstab berechnet.

$$Y_{SP} = Y_s - a \cdot y_s - o \cdot x_s$$

$$X_{SP} = X_s - a \cdot x_s + o \cdot y_s$$

## 1.6. Orientierungsunbekannte

Die Orientierungsunbekannte wird immer gewichtet berechnet. Dazu wird von jedem gemessenen Horizontalwinkel ein Gewicht benötigt.

### Gewichtungsansatz

Das Gewicht einer Horizontalrichtung ist von der Strecke und einem konstanten Zieleinstellungsfehler abhängig. Die angegebene Formel wurde der Literaturquelle /8/ entnommen (im Kapitel „Datenein- und Ausgabe mittels Editor, Kafka-D und Kafka-C“ auf der Seite 28).

$$\sigma_{r_i} = \sqrt{\sigma_{Hz_i}^2 + \frac{\rho^2 \cdot \sigma_{ZEF}^2}{S_{Hz_i}^2}} \quad /8/$$

$$\sigma_{ZEF} = 0.005m \quad \text{Zieleinstellungsfehler}$$

$$\sigma_{Hz} \quad \text{aus Auftragsdatei (s. Bedienungsanleitung Abb. 2-23)}$$

Für die Horizontalrichtung mit der kürzesten Entfernung zum Standpunkt erhält man die größte Standardabweichung. Diese Standardabweichung wird als Konstante bei der Gewichtung eingeführt.

$$k = \sigma_{r_{\max}}$$

$$p_i = \frac{k^2}{\sigma_{r_i}^2}$$

### Gewichtete Orientierung

Für jeden Anschlusspunkt wird eine vorläufige Orientierung  $O_i$  berechnet.

$$t_i = \arctan \frac{\Delta Y}{\Delta X}$$

$$O_i = t_i - Hz_i$$

Die gewichtete Orientierung kann nun berechnet werden.

$$O = \frac{\sum O_i \cdot p_i}{\sum p_i}$$

## 1.7. Höhenstationierung

Standpunkte mit bekannter Höhe erhalten immer diese Höhe.

Sind Höhenanschlusspunkte vorhanden, wird eine gewichtete Standpunkthöhe berechnet. Differenzen zwischen bekannter und gewichteter Höhe werden angezeigt.

### Gewichtungsansatz

Die Gewichte der Höhenunterschiede werden in Abhängigkeit ihrer Strecke berechnet. Die Formel ist in der Literaturquelle /5/ auf Seite 526 hergeleitet.

$$p = \frac{1}{s_{Hz}^2 \cdot \sigma_V^2} = \frac{1}{s_{Hz}^2} \quad /5/$$

Diese Formel wird um eine Konstante  $k$  erweitert. Diese Konstante entspricht der längsten Entfernung eines Höhenunterschiedes zum Standpunkt.

$$k = s_{Hz_{max}}$$

$$p_i = \frac{k^2}{s_{Hz_i}^2}$$

### Höhenstationierung

Für jeden Anschlusspunkt, wird aus dessen Höhe und dem Höhenunterschied, eine vorläufige Standpunkthöhe berechnet.

$$Z_{SP_i} = Z_i - \Delta z_i$$

Die gewichtete Standpunkthöhe kann nun berechnet werden.

$$Z_{SP} = \frac{\sum Z_{SP_i} \cdot p_i}{\sum p_i}$$



### 1.8. Kontrolle des Standpunktes, Lage

Aus den Restklaffen  $f_x$  und  $f_y$  jedes Anschlusspunktes wird der mittlere Lagefehler berechnet und mit den zulässigen Werten (Bedienungsanleitung Tabelle 2-2) kontrolliert.

### 1.9. Kontrolle des Standpunktes, Höhe

Aus den Restklaffen  $f_z$  jedes Anschlusspunktes wird der mittlere Höhenfehler berechnet und mit den zulässigen Werten (Bedienungsanleitung Tabelle 2-2) kontrolliert.

### 1.10. Polarpunktberechnung

Die Neupunkte werden immer über die Standpunktcoordinate, den (reduzierten) Messwerten und der Orientierung berechnet.

Für Neupunkte werden momentan keine Standardabweichungen berechnet.

$$Y_N = Y_{SP} + s_{Hz} \cdot \sin(Hz + O)$$

$$X_N = X_{SP} + s_{Hz} \cdot \cos(Hz + O)$$

$$Z_N = Z_{SP} + \Delta Z$$

### 1.11. Berechnung von Vorwärtseinschnitten

Alle Messungen ohne Strecke werden vom Programm als orientierte Richtung mit dem Verweis auf den Standpunkt (Koordinaten) zwischengespeichert.

Nach der Berechnung aller Standpunkte werden die Vorwärtseinschnitte berechnet. Die Berechnung erfolgt in zwei Schritten.

Im ersten Schritt wird eine Näherungskordinate des Neupunktes berechnet.

$$X_N = X_1 + \frac{(y_2 - y_1) - (x_2 - x_1) \cdot \tan t_{1,N}}{\tan t_{1,N} - \tan t_{2,N}} \quad /6/ \text{ Seite 80}$$

$$Y_N = Y_1 + (X_N - X_2) \cdot \tan t_{2,N}$$

Im zweiten Schritt wird die endgültige Coordinate durch eine vermittelnde Ausgleichung berechnet. Die Ausgleichung erfolgt ohne Gewichtung der Richtungen. Es gelten die Formeln des Kapitels 2.

Ein Zahlenbeispiel ist in der Literaturquelle /9/ Seite 304 ff angegeben.

## **1.12. Beispiel**

### **Ziele dieser Beispielberechnung**

Koordinatenvergleich

mit dem Beispiel im Kapitel 3.2 der Bedienungsanleitung

Koordinaten gehen als Näherungskoordinaten in die Ausgleichung ein für das Beispiel im Kapitel 2.9 dieses Handbuchs

### **Strecken**

Strecken werden horizontiert, indem jede Strecke mit ihrem Vertikalwinkel ausgewertet wird. Bei satzweiser Messung werden somit mehrere horizontierte Strecken erhalten, die dann gemittelt werden.

Die Strecken sind im Anhang J abgedruckt. Die horizontierten Strecken wurden in die Berechnung übernommen!

### **Winkel**

Hinweise zur satzweisen Richtungsmessung ist in der Literatur /1/ nachzulesen. Für Horizontalwinkelmessung ab Seite 2, für die Vertikalwinkelmessung ab Seite 20.

Die Winkelreduktion ist im Anhang K abgedruckt. Die Horizontal- und Vertikalwinkel wurden in die Berechnung übernommen!

### **Berechnung**

Die Berechnungen sind im Anhang L abgedruckt. Die Excel Datei "Beispiel2.xls" der Berechnung ist im Anhang E zu finden.

Die Messwerte in der Auftragsdateien "Beispiel2.biz" und "Beispiel3.biz" sind identisch. Der Unterschied besteht in der Reihenfolge der Standpunkte. In "Beispiel3.biz" sind die original gemessenen Werte enthalten. Im Hinblick auf die Ausgleichung im Kapitel 2.9 wurde die Reihenfolge der Standpunkte in "Beispiel2.biz" geändert.

Mit der Berechnung der Standpunkte ,124' und ,138' sind bereits alle Neupunkte berechnet. Die beiden Standpunkte wurden zuerst ausgewertet, da diese die beste Anschlusskonfiguration des gemessenen Netzes bieten. Mit der Berechnung stehen die Näherungskoordinaten für die Ausgleichung bereit.

# 2. Formelsammlung Teil 2

## Vermittelnde Ausgleichung

### Formelzeichen

$i$	für Standpunkte
$j$	für Zielpunkte eines Standpunktes
$\sigma_{k0}$	Standardabweichung der EDM Additionskonstante
$\sigma_{kM}$	Standardabweichung des EDM Maßstabes
$\sigma_r$	Standardabweichung der Horizontalrichtung
$S_{ij}$	gemessene Strecke
$v_{S_{ij}}$	Streckenverbesserung
$r_{ij}$	gemessene Horizontalrichtung
$v_{r_{ij}}$	Richtungsverbesserung
$S_{ij}^0$	Strecke aus Näherungskordinaten
$t_{ij}^0$	Richtungswinkel aus Näherungskordinaten
$o_i^0$	Näherungswert für Orientierungsunbekannte
$d o_i$	berechnete Änderung
$\hat{o}_i$	ausgeglichenene Orientierungsunbekannte
$c^0$	Näherungswert für Additionskonstante
$d c$	berechnete Änderung
$\hat{c}_i$	ausgeglichenene Additionskonstante
$\mu^0$	Näherungswert für Streckenmaßstab
$d \mu$	berechnete Änderung
$\hat{\mu}$	ausgeglicherener Streckenmaßstab

### Hinweis zur Schreibweise

Für Matrizen werden immer Großbuchstaben verwendet, z.B.  $Q_{xx}$

Werte aus einer Matrix werden mit Kleinbuchstaben sowie Zeile und Spalte angegeben,

z.B.  $q_{x_i x_i}$

## 2.1. Rechenablauf der vermittelnden Ausgleichung /6/ Seite 133

Die Ausgleichung erfolgt iterativ. Die ausgeglichenen Koordinaten gehen so lange als Näherungskordinaten in die nächste Iteration ein, bis die Abbruchschranke erfüllt ist.

### Ermitteln benötigter Parameter (einmalig)

1. Ermitteln der
  - n Anzahl der Messungen
  - u Unbekannten
  - d Datumsdefekt
  - f Freiheitsgrade berechnen
  - $f = n - u + d$
2. Berechnen der Näherungskordinaten der Unbekannten  
siehe 2.3

### Für jede Iteration erfolgen diese Berechnungen

1. Koeffizientenmatrix A *n Zeilen, u Spalten*  
siehe 2.4

2. Absolutgliedvektor L *n Zeilen, 1 Spalte*  
siehe 2.5

3. Gewichtsmatrix P *n Zeilen, n Spalten*  
siehe 2.6

4. Prüfen auf Datumsdefekt

$$N = A^T \cdot P \cdot A \quad u \text{ Zeilen, } u \text{ Spalten}$$

$$\det(N)$$

$$\neq 0 \text{ kein Defekt} \quad d = 0$$

$$\approx 0 \text{ Datumsdefekt} \quad Q_{11} \text{ muss berechnet werden, siehe 2.7}$$

5. Zuschläge zu den Näherungswerten

Reihenfolge (Zeilen) der Zuschläge entspricht der Reihenfolge der A Matrix (Spalten).

$$C = A^T \cdot P \cdot L$$

$$\text{ohne Datumsdefekt} \quad X = N^{-1} \cdot C \quad u \text{ Zeilen, } 1 \text{ Spalte}$$

$$\text{mit Datumsdefekt} \quad X = Q_{11} \cdot C$$

6. Verbesserungsvektor für die Messwerte

$$V = A \cdot X \cdot L \quad n \text{ Zeilen, } 1 \text{ Spalte}$$

7. Berechnen der ausgeglichenen Unbekannten

Zur Berechnung werden die Näherungskordinaten aus 2. benötigt. Um davon ausgeglichene Werte zu erhalten werden die berechneten Zuschläge aus 7. verwendet.

X Koordinaten  $\hat{x}_i = x_i^0 + dx_i$

Y Koordinaten  $\hat{y}_i = y_i^0 + dy_i$

Orientierung  $\hat{o}_i = o_i^0 + do_i$

Additionskonstante  $\hat{c} = c^0 + dc$  mit  $c^0 = 0.0$

Streckenmaßstab  $\hat{\mu} = \mu^0 + d\mu$  mit  $\mu^0 = 1.0$

8. Hauptprobe

Bei der Hauptprobe werden den verbesserten Messwerten die aus ausgeglichenen Koordinaten berechneten Werte gegenübergestellt. Diese müssen, abgesehen von Rundungsfehlern, übereinstimmen.

Zur Berechnung der verbesserten Messwerte sind die gemessenen Werte und die Verbesserungen aus 8. zu verwenden.

	<b>verbesserte Messwerte</b>	<b>ausgegliche Unbekannte</b>
Koordinate X	$x_i + v_{x_i}$	$\hat{x}_i$
Koordinate Y	$y_i + v_{y_i}$	$\hat{y}_i$
Strecke	$s_{ij} + v_{s_{ij}}$	$\hat{\mu} \cdot \sqrt{(\hat{x}_j - \hat{x}_i)^2 + (\hat{y}_j - \hat{y}_i)^2} - \hat{c}$
Richtung	$r_{ij} + v_{r_{ij}}$	$\arctan \frac{\hat{y}_j - \hat{y}_i}{\hat{x}_j - \hat{x}_i} - \hat{o}_i$

Tabelle 2-1

Abbruchschranke

1. Standardabweichung  $s_0$   $0,8 < s_0 < 1,2$
2. Koordinatenverbesserung  $v_{\max}$  abhängig von Anzahl der Nachkommastellen  
 $v_{\max}$  eine Potenz genauer

## 2.2. Genauigkeitsmaße berechnen

### 1. Fehlerquadrate

Mit der vermittelnden Ausgleichung werden die Fehler minimiert.

$$\sum pvv = v^T \cdot P \cdot v \rightarrow \text{MIN!}$$

### 2. Gewichtskoeffizienten

$$Q_{\bar{l}\bar{l}} = A \cdot N^{-1} \cdot A^T \quad \text{der ausgeglichenen Messwerte (kein Datumsdefekt)}$$

$$Q_{\bar{l}l} = A \cdot Q_{11} \cdot A^T \quad \text{der ausgeglichenen Messwerte (mit Datumsdefekt)}$$

$$Q_{xx} = N^{-1} \quad \text{der Unbekannten (kein Datumsdefekt), oder}$$

$$Q_{xx} = Q_{11} \quad \text{der Unbekannten (mit Datumsdefekt)}$$

$$Q_{11} = P^{-1}$$

$$Q_{vv} = Q_{11} - Q_{\bar{l}\bar{l}}$$

### 3. Standardabweichung

$$s_0 = \sqrt{\sum pvv \div f} \quad \text{der Messwerte mit dem Gewicht 1.0}$$

$$s_{\bar{l}i} = s_0 \cdot \sqrt{q_{\bar{l}i\bar{l}i}} \quad \text{der ausgeglichenen Messwerte}$$

$$s_{v_i} = s_0 \cdot \sqrt{q_{v_i v_i}} \quad \text{der Verbesserung}$$

$$s_{x_i} = s_0 \cdot \sqrt{q_{x_i x_i}} \quad \text{der ausgeglichenen Unbekannten}$$

$$s_L = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} \quad \text{Lagestandardabweichung}$$

### 4. Redundanz

$$E \quad \text{Hauptdiagonale ist 1.0} \quad n \text{ Zeilen, } n \text{ Spalten}$$

$$R = E - Q_{\bar{l}\bar{l}} \cdot P$$

### 5. NV – Normierte Verbesserung

$$nv_i = \frac{|v_i| \cdot \sqrt{P_{ii} \div r_{ii}}}{s_0} \quad /7/ \text{ Seite 244 (23.15i)}$$

6. innere Zuverlässigkeit

EV – relativer Einfluss auf die Verbesserung in Prozent

$$ev_i = r_{ii} \cdot 100\% \quad /7/ \text{ Seite 242 (23.15f)}$$

GF – vermutliche Größe eines groben Beobachtungsfehlers

$$gf_i = -v_i \div r_{ii} \quad /7/ \text{ Seite 244 (23.15k)}$$

GRZW – Grenzwert für nicht erkennbare Beobachtungsfehler

$$grzw_i = \frac{s_0 \cdot \delta_0}{\sqrt{r_{ii} \cdot p_{ii}}} \quad \text{mit} \quad \delta_0 = 3.85 \quad /7/ \text{ Seite 244 (23.15l)}$$

7. äußere Zuverlässigkeit

EGK – Einfluss von GRZW auf die relative Lage

$$egk_i = (1 - r_{ii}) \cdot grzw_i \quad /7/ \text{ Seite 245 (23.15n)}$$

EP – Einfluss eines etwaigen groben Fehlers

$$ep_i = -v_i \cdot \frac{1 - r_{ii}}{r_{ii}} \quad /7/ \text{ Seite 245 (23.15o)}$$

8. Fehlerellipsen eines Neupunktes

$$Q_{xx} = \begin{bmatrix} q_{x_1x_1} & q_{x_1y_1} & \cdots & \cdots & q_{x_1x_2} & q_{x_1y_2} \\ q_{y_1x_1} & q_{y_1y_1} & \cdots & \cdots & q_{y_1x_2} & q_{y_1y_2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ q_{x_2x_1} & q_{x_2y_1} & \cdots & \cdots & q_{x_2x_2} & q_{x_2y_2} \\ q_{y_2x_1} & q_{y_2y_1} & \cdots & \cdots & q_{y_2x_2} & q_{y_2y_2} \end{bmatrix} \quad \text{Aufbau der Q Matrix aus 2.}$$

$$\theta = \frac{1}{2} \cdot \arctan \frac{2 \cdot q_{x_i y_i}}{q_{x_i x_i} - q_{y_i y_i}} \quad /7/ \text{ Seite 208 (23.9a)}$$

$$W = \sqrt{(q_{x_i x_i} - q_{y_i y_i})^2 + 4 \cdot q_{x_i y_i}^2} \quad /7/ \text{ Seite 208 (23.9b)}$$

$$a = S_0 \cdot \sqrt{\frac{q_{x_i x_i} + q_{y_i y_i} + W}{2}}$$

$$b = S_0 \cdot \sqrt{\frac{q_{x_i x_i} + q_{y_i y_i} - W}{2}}$$

### 9. relative Fehlerellipsen zwischen benachbarten Punkten

Aus den Werten der  $Q_{xx}$  Matrix (siehe 8.) beider Punkte wird eine neue Matrix zusammengestellt.

$$Q_{xy} = \begin{bmatrix} \sigma_{x_1x_1} & \sigma_{x_1Y_1} & \sigma_{x_1x_2} & \sigma_{x_1Y_2} \\ \sigma_{Y_1x_1} & \sigma_{Y_1Y_1} & \sigma_{Y_1x_2} & \sigma_{Y_1Y_2} \\ \sigma_{x_2x_1} & \sigma_{x_2Y_1} & \sigma_{x_2x_2} & \sigma_{x_2Y_2} \\ \sigma_{Y_2x_1} & \sigma_{Y_2Y_1} & \sigma_{Y_2x_2} & \sigma_{Y_2Y_2} \end{bmatrix} \quad 4 \text{ Zeilen, 4 Spalten}$$

Mit der Matrix F erfolgt die Weitere Berechnung.

$$F = \begin{bmatrix} -1 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & +1 \end{bmatrix} \quad \text{abgeleitet:} \quad \begin{aligned} \Delta x_{12} &= x_2 - x_1 \\ \Delta y_{12} &= y_2 - y_1 \end{aligned}$$

$$Q_{\Delta x \Delta y} = F \cdot Q_{xy} \cdot F^T \quad 2 \text{ Zeilen, 2 Spalten}$$

Mit den Werten dieser Q Matrix erfolgt die Berechnung der Parameter mit den Formeln aus 8.



### 2.3. Berechnung von Näherungskoordinaten

Nach der Auswahl der Netzstandpunkte und der Anschlusspunkte erfolgt die Berechnung der Näherungskoordinaten aller Netzpunkte. Dazu ist mindestens ein Standpunkt mit mindestens zwei Anschlusspunkten notwendig.

Die Berechnung der Näherungskoordinaten erfolgt nach den Formeln des Kapitels 1.

Um die Näherungskoordinaten aller Netzpunkte zu erhalten muss das Programm alle Standpunkte berechnen. Die Reihenfolge der Standpunktberechnung ist von zwei Kriterien abhängig. Diese Kriterien werden für alle noch nicht berechneten Standpunkte ermittelt. Der am besten konfigurierte Standpunkt wird als nächster berechnet.

Erstes Kriterium: Anzahl Anschlusspunkte

$$\sum AP' s$$

Zweites Kriterium: Das Verhältnis zwischen längster Richtung zu einem Anschlusspunkt und längster Richtung zu einem Neupunkt. Ist dieses Verhältnis größer 1.0, wird dieser Standpunkt als gut betrachtet.

$$\frac{S_{\max_{AP}}}{S_{\max_{NP}}}$$

Vergleichen noch nicht berechneter Standpunkte

Um den „besten“ Standpunkt zu ermitteln, werden jeweils zwei Standpunkte miteinander verglichen.

Ein Standpunkt ist dann besser, wenn er mehr Anschlusspunkte bei gutem Verhältnis (>1.0) besitzt. Wenn ein Standpunkt mehr Anschlusspunkte aber ein schlechtes Verhältnis (<1.0) besitzt, wird ein Standpunkt mit weniger Anschlusspunkten aber mit einem besseren Verhältnis verwendet.

## 2.4. Erstellung der Koeffizientenmatrix A

Zur Berechnung der A Matrix werden die Näherungskordinaten der Netzkpunkte benötigt. Über die Näherungskordinaten werden genäherte Strecken und Richtungswinkel berechnet, die zur Ermittlung der A Matrix mittels der Tabelle 2-2 verwendet werden.

### Zusätzliche Unbekannte

Für jede zusätzliche Unbekannte wird in der A Matrix eine weitere Spalte eingeführt.

Additionskonstante  $c^0 = 0.0$

Es werden so viele zusätzliche Unbekannte eingeführt, wie Instrumente bei der Netzmessung verwendet wurden.

Streckenmaßstab  $\mu^0 = 1.0$

Es werden so viele zusätzliche Unbekannte eingeführt, wie Instrumente bei der Netzmessung verwendet wurden.

Orientierungsunbekannte  $o_i^0$

Es werden so viele zusätzliche Unbekannte eingeführt, wie Standpunkte gemessen worden sind. Hinweis: Aus den genäherten Richtungswinkeln wird der genäherte Orientierungswinkel für jeden Standpunkt berechnet.

	$dx_i$	$dy_i$	$dx_j$	$dy_j$	zusätzliche Unbekannte
Koordinate X	1				
Koordinate Y		1			
Strecke	$-\cos t_{ij}^0$	$-\sin t_{ij}^0$	$+\cos t_{ij}^0$	$+\sin t_{ij}^0$	$-1dc + s_{ij}^0 \cdot d\mu$
Richtung	$\frac{\sin t_{ij}^0}{s_{ij}^0} \cdot \rho$	$-\frac{\cos t_{ij}^0}{s_{ij}^0} \cdot \rho$	$-\frac{\sin t_{ij}^0}{s_{ij}^0} \cdot \rho$	$\frac{\cos t_{ij}^0}{s_{ij}^0} \cdot \rho$	$-1do_i$
Vorwärts-einschnitt			$-\frac{y^0 - y_i}{(s_i^0)^2} \cdot \rho$	$\frac{x^0 - x_i}{(s_i^0)^2} \cdot \rho$	

Tabelle 2-2 Formeln für A Matrix

Die Formeln sind der Tabelle „Verbesserungsgleichungen für die Beobachtung bei der 2D Ausgleichung“ aus dem Lehrbrief Ausgleichungsrechnung von Prof. Dr.- Ing. Bilajbegovic entnommen. Ausnahme: Formel für die Vorwärtseinschnitte ist der Literaturquelle /9/ Seite 306 entnommen.

## 2.5. Erstellung des Absolutgliedvektors L

Die Werte ergeben sich aus dem Widerspruch, der zwischen den Messwerten und den Berechnungen aus Näherungskordinaten entsteht.

Durch die Festlegungen für die zusätzlichen Unbekannten in 2.4 gilt für jede Iteration.

Koordinate X	$v_{x_i} = x_i - x_i^0$	0,0 für die erste Iteration
Koordinate Y	$v_{y_i} = y_i - y_i^0$	0,0 für die erste Iteration
Strecke	$v_{s_{ij}} = s_{ij} - s_{ij}^0$	
Richtung	$v_{r_{ij}} = r_{ij} + o_i^0 - t_{ij}^0$	
Vorwärts- einschnitt	$v_{t_{iN}} = r_{iN} - t_{iN}^0$	

Tabelle 2-3 Widersprüche

## 2.6. Berechnung der Gewichte, Varianzkomponentenschätzung

Wie die Gewichte bei der Ausgleichung berechnet werden ist von den Eingaben des Anwenders abhängig. Die Auswahl erfolgt im ersten und zweiten Schritt des Netz- Assistenten.

### Gewichte für die erste Iteration

Die Standardabweichung einer Strecke wird wie folgt berechnet. Die größte Strecken-Standardabweichung der Messung wird gespeichert.

$$\sigma_{s_i} = \sigma_{k0} + s_{ij} \cdot \sigma_{kM} \cdot 10^{-6}$$

$$k = \sigma_{s_{\max}}$$

Bei Richtungs- und Zenitwinkel- Messung von mehr als einem Satz, kann die berechnete innere Genauigkeit der Messung verwendet werden. Diese Auswahl erfolgt im zweiten Schritt des Netz- Assistenten.

Jetzt können die Gewichte berechnet werden.

$$p_i = \frac{k^2}{\sigma_{s_i}^2} \quad \text{für Strecken}$$

$$p_i = \frac{k^2}{\sigma_{r_i}^2} \quad \text{für Richtungen}$$

$$p_i = \frac{k^2}{\sigma_{x_i}^2} \quad p_i = \frac{k^2}{\sigma_{y_i}^2} \quad \text{für Koordinaten}$$

### Varianzkomponentenschätzung ab der zweiten Iteration

Für diese Gewichtung werden die berechneten Matrizen der Verbesserung und der Redundanz benötigt.

#### 1. Einzelgewichtung

Es wird für jeden Messwert einzeln ein Gewicht berechnet.

$$p_i = \frac{r_{ii}^2}{v_i^2}$$

#### 2. Gruppengewichtung

Es wird jeweils ein Gewicht für eine Gruppe berechnet.

$$p_{\text{Gruppe}} = \frac{r_{ii} + r_{jj} + \dots}{v_i^2 + v_j^2 + \dots} \quad i, j, \dots \text{für alle Strecken, Richtungen bzw. Koordinaten}$$

## 2.7. Behebung des Datumsdefekts

Damit man trotz Datumsdefekt eine (freie) Netzausgleichung rechnen kann, muss die Singularität der Normalgleichungsmatrix behoben werden. Dies geschieht, indem die Normalgleichungsmatrix erweitert wird. Die Erweiterung ist abhängig:

### von der Dimension des Netzes

für dieses Programm ist nur 2D (Lagenetz) möglich

weiterhin wird zwischen 1D (Höhennetz) und 3D (räumliches Netz) unterschieden.

### von der Anzahl der Datumsdefekte

Der Defekt resultiert aus dem fehlenden Bezug zwischen den Beobachtungen und dem Koordinatenrahmen. Das Programm unterscheidet im Modul Netzausgleichung zwischen folgenden zwei Netzen.

Für reine Richtungsnetze beträgt der Datumsdefekt **d = 4**.

Sobald zusätzlich mindestens eine Strecke gemessen worden ist, beträgt der Datumsdefekt **d = 3**. Der (Netz) Maßstab ist mit der Strecke festgelegt.

### 1D (Höhe): von dem Defekt selbst

in Arbeit.

## 2D (Lage): von dem Defekt selbst

Die möglichen vier Defekte in 2D Netzen sind die Translation in X und Y, die Rotation in Z und der Maßstab. Die Matrix B ist von den Defekten des jeweiligen Netzes abhängig.

$$B = \begin{cases} \text{Translation entlang x} \\ \text{Translation entlang y} \\ \text{Rotation um z} \\ \text{Maßstab} \end{cases} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & \dots & 0 & 1 \\ -Y'_1 & X'_1 & -Y'_2 & X'_2 & \dots & -Y'_n & X'_n \\ X'_1 & Y'_1 & X'_2 & Y'_2 & \dots & X'_n & Y'_n \end{bmatrix}$$

Um zu große Koordinaten zu vermeiden, werden in der B- Matrix Schwerpunktkoordinaten eingesetzt. Dafür gelten die Formeln:

$$X_s = \frac{\sum X_i}{n_K} \quad Y_s = \frac{\sum Y_i}{n_K} \quad \text{mit der Anzahl der Koordinaten } n_K$$

$$\underline{X'_i = X_i - X_s} \quad \underline{Y'_i = Y_i - Y_s}$$

Als Kontrolle gilt:

$$\sum X'_i = 0.0 \quad \sum Y'_i = 0.0$$

## Die erweiterte Normalgleichungsmatrix

Die Normalgleichungsmatrix N hat so viele Spalten und Zeilen wie die Ausgleichung Unbekannte hat. Diese Matrix wird nun um die Anzahl der Defekte an Spalten und Zeilen erweitert.

Die erweiterte N- Matrix hat u + d Zeilen und Spalten.

Nach der Matrizeninversion der erweiterten N- Matrix wird mit **Q<sub>11</sub>** **weitergerechnet**. Die Q<sub>11</sub> Matrix wird erhalten, indem man von der invertierten Matrix die Anzahl d Zeilen und Spalten entfernt.

$$\begin{bmatrix} N & B^T \\ B & 0 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix}$$

## **2.8. Matrizenausgabe**

Die Matrizen, die bei der Netzausgleichung erstellt bzw. berechnet werden, können gespeichert werden. Mit der Matrizenausgabe wird eine Weiterverarbeitung in einem Tabellenkalkulationsprogramm ermöglicht.

### **Wie sind die Daten gespeichert?**

Jeweils eine Matrix wird in einer Textdatei abgespeichert. Die Zeile einer Matrix entspricht dabei einer Textzeile der Datei. Der Spalteninhalt einer Matrixzeile wird getrennt durch ein Semikolon ausgegeben.

Um die Matrizen einem Berechnungsschritt zuordnen zu können, müssen diese sortiert sein. Das Programm verwendet deshalb im Dateinamen die Iterationsnummer und die Reihenfolge der Erstellung. Damit man erkennen kann, um welche Matrix es sich handelt, enthält der Dateiname auch eine Beschreibung.

Diese Sortierung wird in Abb. 2-1 deutlich. Die ersten beiden Ziffern stehen für die Iteration. Die nächsten beiden Ziffern stellen die Reihenfolge in der jeweiligen Iteration dar. Die Beschreibung steht am Ende.

### **Was beinhalten die Dateien?**

Die erste Datei enthält eine Liste aller Netzpunkte.                      Dateiname: xx\_01\_SP

Die zweite Datei enthält eine Liste aller Messwerte.                      Dateiname: xx\_02\_ZP

Alle weiteren Dateien einer Iteration beinhalten Matrizen.

Um die Ausgangsmatrizen (Koeffizientenmatrix  $A$ , Absolutgliedvektor  $I$  und die Gewichtsmatrix  $p$ ) berechnen zu können, werden vom Programm die ersten beiden Listen verwendet.

Alle weiteren Matrizen werden vom Programm laut Formelsammlung berechnet.

### **Was beinhalten die beiden Listen?**

In der ersten Liste sind pro Zeile alle Informationen eines Netzpunktes gespeichert. Dazu gehören die Punktkennung, die Koordinaten und einen Verweis auf die Unbekannten u.a.

Die zweite Liste beinhaltet alle Messungen. Damit keine redundanten Daten vorliegen, sind Stand- und Zielpunkte als Referenz auf die erste Liste gespeichert. Weiterhin sind gemessene sowie die aus Näherungskordinaten berechneten Strecken und Horizontalwinkel gespeichert.

## Excel Import

Die Daten aus *vermessung.biz* können einfach in Excel übernommen werden.

Dazu ist das Menü **Daten** in **Externe Daten importieren** sowie **Daten importieren...** zu wählen. Daraufhin muss zuerst die Datenquelle angegeben werden (Abbildung 5-1) und ein Assistent fertig gestellt werden.

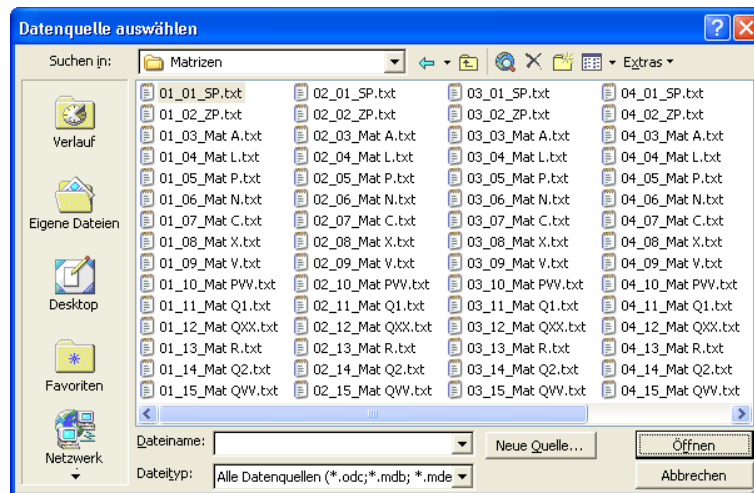


Abb. 2-1 Auswahl der Import Datei

Nachdem die Datenquelle ausgewählt wurde, ist dem Assistent zu folgen. Die Schritte eins und drei sind ohne Änderungen mit ‚Weiter >‘ zu bestätigen.

Im Schritt zwei sind die rot umrahmten Einstellungen zu übernehmen.

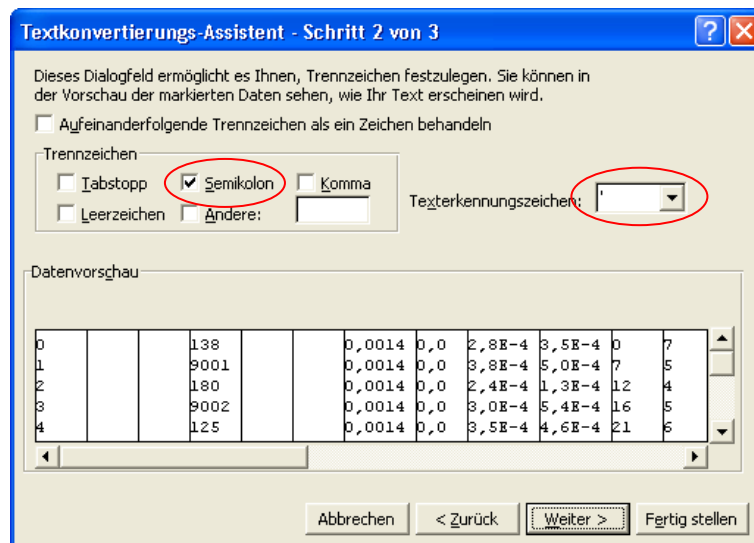


Abb. 2-2 zu übernehmende Einstellungen



## 2.9. Beispiel

### Ziele dieser Beispielausgleichung

Koordinatenvergleich

mit dem Beispiel im Kapitel 3.3 der Bedienungsanleitung

### Näherungskoordinaten

Bei der Berechnung von Näherungskoordinaten muss das Programm alle gewählten Standpunkte auswerten. Vor einer Standpunktberechnung prüft das Programm welcher noch nicht berechnete Standpunkt die beste Anschlusskonfiguration bietet.

An dieser Stelle wird auf die Ermittlung des besten Standpunktes nach Kapitel 2.3 eingegangen. Die Tabelle 2-4 stellt die Reihenfolge der Berechnung dar. **Info:** Ab dem Standpunkt ,124' werden keine Neupunkte mehr berechnet.

Die für die Ausgleichung notwendigen Näherungskoordinaten der ersten Iteration sind bereits im Kapitel 1.12 als Beispiel berechnet wurden. **Info:** Die Reihenfolge der Standpunkte im Beispiels 1.12 entspricht der Tabelle 2-4.

	1.	2.	3.	4.	5.	6.
<b>Standpunkt</b>	124	138	124	9002	9001	180
<b>Σ AP's</b>	3	4	7	6	6	5
<b>AP: s<sub>max</sub></b>	247,68	247,67	229,95	137,67	229,95	140,64
<b>NP: s<sub>max</sub></b>	58,62	163,03	keine	keine	keine	keine
<b>Verhältnis</b>	4,2	1,5	1,0	1,0	1,0	1,0

Tabelle 2-4 Reihenfolge der Standpunktberechnung

### Ausgleichung

Zur Berechnung der ausgeglichenen Koordinaten sind zwei Iterationen notwendig. Die Excel Dateien "Iteration1.xls" und "Iteration2.xls" sind im Anhang F gespeichert.

In diese Excel Tabellen wurden die Ergebnisse der Matrizenoperationen aus den vom Programm erzeugten Dateien (siehe 2.8) eingefügt. Die Koordinaten und die Messwerte wurden über diese Ergebnisse verbessert. Die Hauptprobe und die Genauigkeitsmaße sind ebenfalls nachgerechnet.

Die ausgeglichenen Koordinaten sind in der Datei "Iteration2.xls" zu finden.

# 3. Anhang

## 3.1. Verzeichnis

Anhang J	Streckenreduktion .....	27
Anhang K	Winkelreduktion .....	28
Anhang L	einfache Koordinatenberechnung der Punkte 124, 138.....	34

# Anhang J

## Gauss-Krüger - Streckenreduktion

Sp	Zp	D <sub>I</sub>	V <sub>I</sub>	D <sub>II</sub>	V <sub>II</sub>	D <sub>I</sub>	V <sub>I</sub>	D <sub>II</sub>	V <sub>II</sub>	S <sub>HZ</sub>	S <sub>GK</sub>	S <sub>GK, mittel</sub>
138	137	163,027	100,1238	163,023	299,8762	163,028	100,1244	163,025	299,8748	163,0255	163,0381	163,0381
	9001	58,628	100,1966	58,631	299,8036	58,628	100,1980	58,628	299,8028	58,6285	58,6330	58,6344
	9003	194,982	99,9832	194,983	300,0176	194,981	99,9838	194,984	300,0180	194,9825	194,9976	194,9976
	9002	137,263	99,9684	137,267	300,0324	137,265	99,9698	137,266	300,0322	137,2653	137,2759	137,2754
	180	99,782	99,9464	99,782	300,0542	99,781	99,9468	99,783	300,0554	99,7820	99,7897	99,7904
9001	125	212,780	99,9544	212,783	300,0446	212,780	99,9562	212,782	300,0466	212,7812	212,7976	212,7977
	124	247,674	100,0126	247,675	299,9892	247,673	100,0138	247,673	299,9892	247,6738	247,6929	247,6962
	138	58,634	99,8010	58,632	300,1954	58,629	99,8016	58,631	300,1976	58,6312	58,6357	-
180	125	229,954	99,9074	229,955	300,0884	229,954	99,9080	229,953	300,0920	229,9538	229,9716	229,9721
	9002	137,676	99,8832	137,675	300,1128	137,673	99,8846	137,675	300,1136	137,6746	137,6852	137,6841
	9003	169,986	99,9114	169,986	300,0842	169,988	99,9126	169,989	300,0858	169,9871	170,0002	170,0002
	137	104,402	100,0826	104,402	299,9132	104,402	100,0822	104,402	299,9156	104,4019	104,4100	104,4100
	138	99,785	100,0568	99,783	299,9456	99,783	100,0576	99,782	299,9470	99,7833	99,7910	-
9002	125	113,015	99,9634	113,013	300,0418	113,014	99,9632	113,014	300,0422	113,0140	113,0227	113,0216
	9002	58,566	100,0192	58,567	299,9836	58,567	100,0198	58,569	299,9844	58,5673	58,5718	58,5717
	9003	140,636	100,0166	140,638	299,9866	140,635	100,0168	140,639	299,9872	140,6370	140,6479	140,6479
	138	137,262	100,0358	137,264	299,9716	137,267	100,0362	137,264	299,9676	137,2643	137,2749	-
	180	58,570	99,9852	58,567	300,0212	58,565	99,9852	58,566	300,0194	58,5670	58,5715	-
125	125	98,891	99,9476	98,892	300,0574	98,892	99,9478	98,891	300,0576	98,8915	98,8991	98,8983
	9003	83,791	100,0154	83,794	299,9904	83,790	100,0154	83,792	299,9902	83,7918	83,7983	83,7983
	9001	137,673	100,1192	137,672	299,9862	137,672	100,1202	137,673	299,9862	137,6723	137,6829	-
	138	212,782	100,0484	212,781	299,9514	212,781	100,0482	212,782	299,9532	212,7814	212,7978	-
	180	113,012	100,0402	113,012	299,9580	113,012	100,0410	113,011	299,9584	113,0118	113,0205	-
9001	9001	229,952	100,0980	229,952	299,9034	229,964	100,0998	229,952	299,9034	229,9547	229,9725	-
	9002	98,889	100,0578	98,890	299,9428	98,890	100,0584	98,890	299,9432	98,8898	98,8974	-
	9003	150,132	100,0470	150,138	299,9550	150,127	100,0476	150,128	299,9522	150,1313	150,1429	150,1429
	124	146,965	100,0860	146,966	299,9124	146,962	100,0884	146,964	299,9138	146,9642	146,9756	146,9771
	138	247,675	99,9918	247,685	300,0094	247,682	99,9906	247,679	300,0094	247,6803	247,6994	-
124	125	146,966	99,9188	146,967	300,0864	146,966	99,9166	146,970	300,0834	146,9672	146,9786	-
	9003	58,616	99,8998	58,616	300,1024	58,617	99,8994	58,616	300,1022	58,6162	58,6207	58,6207

# Anhang K

<b>Datum</b>	02.09.2003	<b>Instrument</b>	RecElta3	<b>s - Sätze</b>	2
<b>Beobachter</b>	Dinger	<b>Instr.- Nr.</b>	207144	<b>z - Ziele Hz</b>	7
				<b>z - Ziele V</b>	7

## Horizontalrichtung

Standpunkt	F I	F II	Mittel aus	Reduziertes	Mittel aus	d	dd	
Zielpunkt			F I & F II	Mittel	Messungen	10 <sup>-4</sup> gon	(Σd) <sup>2</sup>	10 <sup>-4</sup> gon
138								
137	19,6840	219,6854	19,6847	0,0000	0,0000	0		0
9001	18,9786	218,9788	18,9787	399,2940	399,2940	0		0
9003	356,0012	156,0006	356,0009	336,3162	336,3156	-6		36
9002	332,2266	132,2260	332,2263	312,5416	312,5409	-7		49
180	307,5952	107,5946	307,5949	287,9102	287,9099	-3		9
125	308,3030	108,3010	308,3020	288,6173	288,6168	-5		25
124	348,5598	148,5610	348,5604	328,8757	328,8752	-5		25
						<b>-26</b>	<b>676</b>	
137	19,6854	219,6874	19,6864	0,0000		0		0
9001	18,9794	218,9812	18,9803	399,2939		1		1
9003	355,9998	156,0028	356,0013	336,3149		7		49
9002	332,2260	132,2272	332,2266	312,5402		7		49
180	307,5960	107,5958	307,5959	287,9095		4		16
125	308,3026	108,3028	308,3027	288,6163		5		25
124	348,5600	148,5620	348,5610	328,8746		6		36
						<b>30</b>	<b>900</b>	
	3382,6976	2182,7066	<b>3382,7021</b>	<b>3907,1044</b>	1953,5524	<b>4</b>	<b>1576</b>	320
		3382,6976	275,5977	2				
		<b>2782,7021</b>	<b>3107,1044</b>	1953,5522				
<b>Standardabweichung</b>	= $\sqrt{(\sum dd - 1 / z \sum [d]^2) / (s(s-1)(z-1))}$					<b>0,00028 gon</b>		

## Zenitwinkel

Standpunkt	Ablesung	Ablesung	FI + FI	FI + 400 - FI	Mittel aus	v	vv	
Zielpunkt	Lage F I	Lage F II	2		alles	10 <sup>-4</sup> gon	10 <sup>-4</sup> gon	
138								
137	100,1238	299,8762	400,0000	100,1238	100,1243	5	25	
9001	100,1966	299,8036	400,0002	100,1965	100,1971	6	36	
9003	99,9832	300,0176	400,0008	99,9828	99,9829	1	1	
9002	99,9684	300,0324	400,0008	99,9680	99,9684	4	16	
180	99,9464	300,0542	400,0006	99,9461	99,9459	-2	4	
125	99,9544	300,0446	399,9990	99,9549	99,9549	0	0	
124	100,0126	299,9892	400,0018	100,0117	100,0120	3	9	
137	100,1244	299,8748	399,9992	100,1248		-5	25	
9001	100,1980	299,8028	400,0008	100,1976		-5	25	
9003	99,9838	300,0180	400,0018	99,9829		0	0	
9002	99,9698	300,0322	400,0020	99,9688		-4	16	
180	99,9468	300,0554	400,0022	99,9457		2	4	
125	99,9562	300,0466	400,0028	99,9548		1	1	
124	100,0138	299,9892	400,0030	100,0123		-3	9	
	1400,3782	4199,6368	<b>5600,0150</b>	1400,3707	<b>700,1855</b>	3	171	
		1400,3782		2				
		<b>5600,0150</b>		<b>700,1854</b>				
<b>Standardabweichung</b>	= $\sqrt{[vv] / (z(s-1)s)}$					<b>0,00035 gon</b>		

<b>Datum</b>	02.09.2003	<b>Instrument</b>	RecElta 3	<b>s - Sätze</b>	2
<b>Beobachter</b>	Dinger	<b>Instr.- Nr.</b>	207144	<b>z - Ziele Hz</b>	5
				<b>z - Ziele V</b>	5

### Horizontalrichtung

Standpunkt	F I	F II	Mittel aus	Reduziertes	Mittel aus	d	dd	
Zielpunkt			F I & F II	Mittel	Messungen	10 <sup>-4</sup> gon	(Σd) <sup>2</sup>	10 <sup>-4</sup> gon
9001								
138	289,0224	89,0224	289,0224	0,0000	0,0000	0		0
125	362,1684	162,1664	362,1674	73,1450	73,1456	6		36
9002	374,9102	174,9070	374,9086	85,8862	85,8868	6		36
9003	7,4336	207,4292	7,4314	118,4090	118,4095	5		25
137	90,1226	290,1232	90,1229	201,1005	201,1016	11		121
						<b>28</b>	<b>784</b>	
138	289,0238	89,0244	289,0241	0,0000		0		0
125	362,1720	162,1686	362,1703	73,1462		-6		36
9002	374,9126	174,9102	374,9114	85,8873		-5		25
9003	7,4360	207,4320	7,4340	118,4099		-4		16
137	90,1272	290,1262	90,1267	201,1026		-10		100
						<b>-25</b>	<b>625</b>	
	2247,3288	1847,3096	<b>2247,3192</b>	<b>957,0867</b>	478,5435	<b>3</b>	<b>1409</b>	395
		2247,3288	2890,2325	2				
		<b>2047,3192</b>	<b>0,0867</b>	478,5434				

**Standardabweichung** =  $\sqrt{(\sum dd - 1 / z \sum [d]^2) / (s(s-1)(z-1))} = \mathbf{0,00038 \text{ gon}}$

### Zenitwinkel

Standpunkt	Ablesung	Ablesung	FI + FII	FI + 400 - FII	Mittel aus	v	vv
Zielpunkt	Lage F I	Lage F II	2		alles	10 <sup>-4</sup> gon	10 <sup>-4</sup> gon
9001							
138	99,8010	300,1954	399,9964	99,8028	99,8024	-4	16
125	99,9074	300,0884	399,9958	99,9095	99,9088	-7	49
9002	99,8832	300,1128	399,9960	99,8852	99,8854	2	4
9003	99,9114	300,0842	399,9956	99,9136	99,9135	-1	1
137	100,0826	299,9132	399,9958	100,0847	100,0840	-7	49
138	99,8016	300,1976	399,9992	99,8020		4	16
125	99,9080	300,0920	400,0000	99,9080		8	64
9002	99,8846	300,1136	399,9982	99,8855		-1	1
9003	99,9126	300,0858	399,9984	99,9134		1	1
137	100,0822	299,9156	399,9978	100,0833		7	49
	999,1746	3000,7986	<b>3999,9732</b>	999,1880	<b>499,5941</b>	2	250
		999,1746		2			
		<b>3999,9732</b>		<b>499,5940</b>			

**Standardabweichung** =  $\sqrt{[vv] / (z(s-1)s)} = \mathbf{0,00050 \text{ gon}}$



<b>Datum</b>	02.09.2003	<b>Instrument</b>	RecElta 3	<b>s - Sätze</b>	2
<b>Beobachter</b>	Dinger	<b>Instr.- Nr.</b>	207144	<b>z - Ziele Hz</b>	5
				<b>z - Ziele V</b>	5

### Horizontalrichtung

Standpunkt	F I	F II	Mittel aus	Reduziertes	Mittel aus	d	dd	
Zielpunkt			F I & F II	Mittel	Messungen	10 <sup>-4</sup> gon	(Σd) <sup>2</sup>	10 <sup>-4</sup> gon
9002								
138	107,2422	307,2400	107,2411	0,0000	0,0000	0		0
180	151,6916	351,6906	151,6911	44,4500	44,4497	-3		9
125	249,2896	49,2874	249,2885	142,0474	142,0467	-7		49
9003	371,7982	171,7988	371,7985	264,5574	264,5567	-7		49
9001	79,8794	279,8798	79,8796	372,6385	372,6381	-4		16
						<b>-21</b>	<b>441</b>	
138	107,2434	307,2408	107,2421	0,0000		0		0
180	151,6932	351,6896	151,6914	44,4493		4		16
125	249,2888	49,2874	249,2881	142,0460		7		49
9003	371,7982	171,7978	371,7980	264,5559		8		64
9001	79,8806	279,8788	79,8797	372,6376		5		25
						<b>24</b>	<b>576</b>	
	1919,8052	2319,7910	1919,7981	1647,3821	823,6912	<b>3</b>	<b>1017</b>	277
		1919,8052	1072,4160	2				
		2119,7981	847,3821	823,6911				

**Standardabweichung** =  $\sqrt{(\sum dd - 1 / z \sum [d]^2) / (s(s-1)(z-1))} = \mathbf{0,00030 \text{ gon}}$

### Zenitwinkel

Standpunkt	Ableseung	Ableseung	FI + FII	FI + 400 - FII	Mittel aus	v	vv
Zielpunkt	Lage F I	Lage F II	2		alle	10 <sup>-4</sup> gon	10 <sup>-4</sup> gon
9002							
138	100,0358	299,9716	400,0074	100,0321	100,0332	11	121
180	99,9852	300,0212	400,0064	99,9820	99,9825	5	25
125	99,9476	300,0574	400,0050	99,9451	99,9451	0	0
9003	100,0154	299,9904	400,0058	100,0125	100,0126	1	1
9001	100,1192	299,8862	400,0054	100,1165	100,1168	3	9
138	100,0362	299,9676	400,0038	100,0343		-11	121
180	99,9852	300,0194	400,0046	99,9829		-4	16
125	99,9478	300,0576	400,0054	99,9451		0	0
9003	100,0154	299,9902	400,0056	100,0126		0	0
9001	100,1202	299,8862	400,0064	100,1170		-2	4
	1000,2080	2999,8478	4000,0558	1000,1801	500,0902	3	297
		1000,2080		2			
		4000,0558		500,0901			

**Standardabweichung** =  $\sqrt{[vv] / (z(s-1)s)} = \mathbf{0,00055 \text{ gon}}$

<b>Datum</b>	02.09.2003	<b>Instrument</b>	RecElta 3	<b>s - Sätze</b>	2
<b>Beobachter</b>	Dinger	<b>Instr.- Nr.</b>	207144	<b>z - Ziele Hz</b>	6
				<b>z - Ziele V</b>	6

### Horizontalrichtung

Standpunkt	F I	F II	Mittel aus	Reduziertes	Mittel aus	d	dd	
Zielpunkt			F I & F II	Mittel	Messungen	10 <sup>-4</sup> gon	(Σd) <sup>2</sup>	10 <sup>-4</sup> gon
125								
138	311,2620	111,2624	311,2622	0,0000	0,0000	0		0
180	311,8856	111,8870	311,8863	0,6241	0,6236	-5		25
9001	295,0854	95,0854	295,0854	383,8232	383,8223	-9		81
9002	277,2346	77,2334	277,2340	365,9718	365,9711	-7		49
9003	242,1536	42,1518	242,1527	330,8905	330,8904	-1		1
124	216,9040	16,9010	216,9025	305,6403	305,6397	-6		36
						<b>-28</b>	<b>784</b>	
138	311,2652	111,2640	311,2646	0,0000		0		0
180	311,8874	111,8878	311,8876	0,6230		6		36
9001	295,0866	95,0854	295,0860	383,8214		9		81
9002	277,2346	77,2354	277,2350	365,9704		7		49
9003	242,1554	42,1542	242,1548	330,8902		2		4
124	216,9050	16,9022	216,9036	305,6390		7		49
			-100,0000	-11,2646				
						<b>31</b>	<b>961</b>	
	3309,0594	909,0500	<b>3209,0547</b>	<b>2762,6293</b>	1386,9471	<b>3</b>	<b>1745</b>	411
		3309,0594	3735,1608	2				
		<b>2109,0547</b>	<b>0,1061</b>	1381,3147				

**Standardabweichung** =  $\sqrt{(\sum dd - 1 / z \sum [d]^2) / (s(s-1)(z-1))} = \mathbf{0,00035 \text{ gon}}$

### Zenitwinkel

Standpunkt	Ableseung	Ableseung	FI + FII	FI + 400 - FII	Mittel aus	v	vv
Zielpunkt	Lage F I	Lage F II	2		alles	10 <sup>-4</sup> gon	10 <sup>-4</sup> gon
125							
138	100,0484	299,9514	399,9998	100,0485	100,0480	-5	25
180	100,0402	299,9580	399,9982	100,0411	100,0412	1	1
9001	100,0980	299,9034	400,0014	100,0973	100,0978	5	25
9002	100,0578	299,9428	400,0006	100,0575	100,0576	1	1
9003	100,0470	299,9550	400,0020	100,0460	100,0469	9	81
124	100,0860	299,9124	399,9984	100,0868	100,0871	3	9
138	100,0482	299,9532	400,0014	100,0475		5	25
180	100,0410	299,9584	399,9994	100,0413		-1	1
9001	100,0998	299,9034	400,0032	100,0982		-4	16
9002	100,0584	299,9432	400,0016	100,0576		0	0
9003	100,0476	299,9522	399,9998	100,0477		-8	64
124	100,0884	299,9138	400,0022	100,0873		-2	4
	1200,7608	3599,2472	<b>4800,0080</b>	1200,7568	<b>600,3786</b>	4	252
		1200,7608		2			
		<b>4800,0080</b>		<b>600,3784</b>			

**Standardabweichung** =  $\sqrt{[vv] / (z(s-1)s)} = \mathbf{0,00046 \text{ gon}}$





# Anhang L

## Berechnung des Standpunktes 124

### Gauß- Krüger- Reduktion

#### Koordinaten, reduzierte Messwerte

Standpkt.		Y (5411)	X (5656)	Z
Zielpkt.		m	m	m
124	AP	794,715	207,049	114,861
138	AP	996,680	350,449	115,113
125	AP	929,534	148,521	115,228
9003		825,6	256,9	

lh/Rh	S <sub>H<sub>z</sub></sub>	H <sub>z</sub>	V
m	m	gon	gon
1,778			
1,560	247,6803	0,0000	99,9909
1,605	146,9672	65,3812	99,9164
0,000	58,6162	374,6391	99,8987

### Höhenreduktion

$h_m =$	115,0 m
$K_H =$	-18,02 ppm

### Abbildungsreduktion für Strecke und Winkel

Standpkt.		Y <sub>GK</sub>	K <sub>E</sub>	S <sub>GK</sub>
Zielpkt.		m	ppm	m
124	AP	-88205,3		
138	AP	-88003,3	95,29	247,6994
125	AP	-88070,5	95,36	146,9786
9003		-88174,4	95,48	58,6207

$\delta_{1,2}$	H <sub>z<sub>GK</sub></sub>
gon	gon
0,0000	0,0000
0,0000	65,3812
0,0000	374,6391

Tabelle L-1 Reduktionen für ,124'

## Berechnung der Lagekoordinaten

### Gewichtungsansatz Abriss

$$\begin{aligned} \min S &= 146,9786 \\ k &= 0,0022 \end{aligned}$$

### Abriss, Orientierungsunbekannte ermitteln

Standpkt.		$\Delta Y$	$\Delta X$	RW	Orient	Gewicht	gew. Orient.	orientiert
Zielpkt.		m	m	gon	gon			gon
124	AP							
	138 AP	201,965	143,400	60,6937	60,6937	2,6	157,8036	60,6935
	125 AP	134,819	-58,528	126,0742	60,6930	1,0	60,6930	126,0747
	9003	-	-	-	-	-	-	35,3326
					$\Sigma =$	3,6	218,4966	
							3,6	
					$O_{124} =$		<u>60,6935</u>	

### Koordinatenberechnung, für Anschlusspunkte Restklaffen

Standpkt.		Y	X	fS	fR	fY	fX
Zielpkt.		m	m	m	gon	m	m
124	AP						
	138 AP	996,682	350,451	0,003	-0,0002	-0,002	-0,002
	125 AP	929,537	148,519	0,003	0,0005	-0,003	0,002
	9003	825,605	256,871	-	-	-	-

## Höhenberechnung

### Gewichtungsansatz

$$\max S = 247,6994$$

### Höhenstationierung, Berechnung und Restklaffen

Standpkt.		$\Delta h'$	K	$\Delta h$	$H'_{138}$	Gewicht	gew. Höhe	ber. Höhe	fZ
Zielpkt.		m	m	$\Delta h' + I_h - R_h + K_E$	m	nur zur Kontrolle		m	m
124									
	138 AP	0,0354	0,0048	0,2582	114,8548	1,0	114,8548	115,119	-0,006
	125 AP	0,1930	0,0017	0,3677	114,8603	2,8	326,2208	115,229	-0,001
	9003	0,0933	0,0003	1,8716	-	-	-	116,733	-
					$\Sigma =$	3,8	441,0756		
							3,8		
					$H_{124} =$		<u>114,859</u>		
					bek. Höhe - gew. Höhe =		0,002		

Tabelle L-2 Koordinatenberechnung für ,124'

## Berechnung des Standpunktes 138

### Gauß- Krüger- Reduktion

#### Koordinaten, Messwerte

Standpkt.	Y (5411)	X (5656)	Z	lh/Rh	S <sub>H<sub>z</sub></sub>	H <sub>z</sub>	V
Zielpkt.	m	m	m	m	m	gon	gon
138	AP	996,680	350,449	115,113	1,560		
137		853,6	428,6		1,620	163,0255	0,0000
9001		944,9	378,0		1,515	58,6285	399,2940
9003	AP	825,605	256,871	116,733	0,000	194,9825	336,3156
9002		908,6	245,2		1,650	137,2653	312,5409
180		966,2	255,4		1,600	99,7820	287,9099
125	AP	929,534	148,521	115,228	1,605	212,7812	288,6168
124	AP	794,715	207,049	114,861	1,778	247,6738	328,8751

#### Höhenreduktion

$h_m =$	115,0 m
$K_H =$	-18,02 ppm

#### Abbildungsreduktion für Strecke und Winkel

Standpkt.	Y <sub>GK</sub>	K <sub>E</sub>	S <sub>GK</sub>	$\delta_{1,2}$	H <sub>Z<sub>GK</sub></sub>	
Zielpkt.	m	ppm	m	gon	gon	
138	-88003,3					
137	-88146,4	95,23	163,0381	0,0000	0,0000	
9001	-88055,1	95,13	58,6330	0,0000	399,2940	
9003	AP	-88174,4	95,26	194,9976	0,0000	336,3156
9002	AP	-88091,4	95,17	137,2759	0,0000	312,5409
180		-88033,8	95,11	99,7897	0,0000	287,9099
125	AP	-88070,5	95,14	212,7976	0,0000	288,6168
124	AP	-88205,3	95,29	247,6929	0,0000	328,8751

Tabelle L-3 Reduktionen für ,138'

## Berechnung der Lagekoordinaten

### Gewichtungsansatz Abriss

$$\begin{aligned} \min S &= 194,9976 \\ k &= 0,0017 \end{aligned}$$

### Abriss, Orientierungsunbekannte ermitteln

Standpkt. Zielpkt.	$\Delta Y$ m	$\Delta X$ m	RW gon	Orient gon	Gewicht	gew. Orient.	orientiert gon
138							
137	-	-	-	-	-	-	331,8192
9001	-	-	-	-	-	-	331,1132
9003 AP	-171,075	-93,578	268,1348	331,8192	1,0	331,8192	268,1348
9002	-	-	-	-	-	-	244,3601
180	-	-	-	-	-	-	219,7291
125 AP	-67,146	-201,928	220,4369	331,8201	1,2	388,2295	220,4360
124 AP	-201,965	-143,400	260,6937	331,8186	1,5	507,6825	260,6943
				$\Sigma =$	3,7	1227,7312	
						3,7	
				$O_{138} =$		<u>331,8192</u>	

### Koordinatenberechnung, für Anschlusspunkte Restklaffen

Standpkt. Zielpkt.	Y m	X m	fS m	fR gon	fY m	fX m
138						
137	853,586	428,587	-	-	-	-
9001	944,911	377,977	-	-	-	-
9003 AP	825,604	256,870	0,001	0,0000	0,001	0,001
9002	908,580	245,173	-	-	-	-
180	966,247	255,413	-	-	-	-
125 AP	929,537	148,522	-0,002	-0,0009	-0,003	-0,001
124 AP	794,716	207,053	-0,003	0,0006	-0,001	-0,004

## Höhenberechnung

### Gewichtungsansatz

$$\max S = 247,6929$$

### Höhenstationierung, Berechnung und Restklaffen

Standpkt. Zielpkt.	$\Delta h'$ m	K m	$\Delta h$ $\Delta h' + l_h - R_h + K_E$	$H'_{138}$ m	Gewicht nur zur Kontrolle	gew. Höhe	ber. Höhe m	fZ m
138								
137	-0,3183	0,0021	-0,3762	-	-	-	114,737	-
9001	-0,1814	0,0003	-0,1361	-	-	-	114,977	-
9003 AP	0,0524	0,0030	1,6154	115,1176	1,6	185,7421	116,728	0,005
9002	0,0681	0,0015	-0,0204	-	-	-	115,093	-
180	0,0848	0,0008	0,0456	-	-	-	115,159	-
125 AP	0,1511	0,0035	0,1096	115,1184	1,4	155,9690	115,223	0,005
124 AP	-0,0467	0,0048	-0,2599	115,1209	1,0	115,1209	114,853	0,008
				$\Sigma =$	4,0	456,8320		
						4,0		
				$H_{138} =$		<u>115,119</u>		
				bek. Höhe - gew. Höhe =		-0,006		

Tabelle L-4 Koordinatenberechnung für ,138'

## 4. Quellennachweis

- /1/ Deumlich, F.           Winkelmessverfahren  
Internes Manuskript HTWD, Vermessungstechnik V/G-05-03(1)/3, Dresden 1999
- /2/ Koban, J.             Abbildung ... Koordinatensysteme in der Ebene  
Internes Manuskript HTWD, Vermessungstechnik V/G-05-05(1)/2, Dresden 1994
- /3/ Rößler, J             Mechanische Streckenmessung  
Internes Manuskript HTWD, Vermessungstechnik V/G-05-04(1)/2, Dresden 1994
- /4/ Wehmann, W.         Trigonometrische Höhenbestimmung  
Internes Manuskript HTWD, Vermessungstechnik V/G-05-06(4)/2, Dresden 1994
- /5/ Macarol, S.          Prakticna Geodezija  
2. Auflage, Tehnicka knjiga, Zagreb 1950
- /6/ Gruber, F. J.         Formelsammlung für das Vermessungswesen  
9. Auflage, Ferd. Dümmlers Verlag, Bonn 1998
- /7/ Baumann, E.         Vermessungskunde Band 2, Punktbestimmung nach ...  
5. Auflage, Ferd. Dümmlers Verlag, Bonn 1995
- /8/ Benning, W.         Handbuch des Programmsystems Kafka  
Anwendung der Ausgleichung hybrider 3D Vermessungen, Aachen 1992
- /9/ Kahmen, H.          Vermessungskunde  
19. Auflage, Walter de Gruyter & Co, Berlin, New York 1997
- /10/ Dinger, S.           Projektbearbeitung Ingenieursvermessung „Baulagenetze“  
www.software.vermessung.biz, Menüpunkt „Dokumente“, Halle (Saale) 2003
- /11/ Ministerium des Inneren des Landes Sachsen-Anhalt vom 01.02.2001  
Verwaltungsvorschriften zur Verwendung von Formeln, für die Kalibrierung und für  
die Verwendungsprüfung in der Grundlagenvermessung und im  
Liegenschaftskataster / Formelsammlung 818 / Teil 4 – Verwendungsprüfung